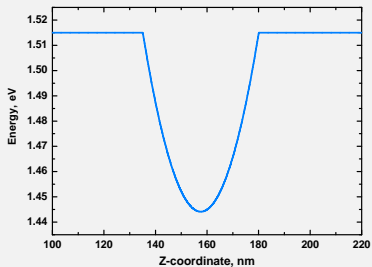
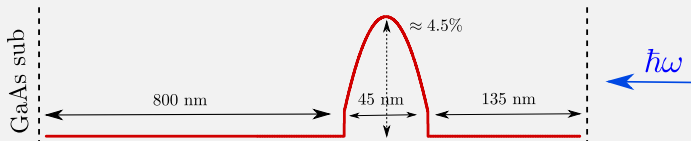


Моделирование спектров отражения и поглощения слоев с параболическим профилем концентрации

Дурнев М.В.

16.04.2012

Структура образца



$$x = \delta x (2z/d)^2$$
$$E_g = 1.515 - 1.575x + 0.477x^2$$

- Система двух дифференциальных уравнений, связывающих электрическое поле и поляризацию в среде

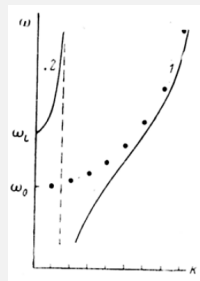
$$\begin{aligned} \left[\omega_0(z) - \omega - i\frac{\Gamma}{2} - \frac{\hbar}{2M} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] P &= \frac{\varepsilon_0 \omega_{LT}}{4\pi} E \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \right] E &= -4\pi \frac{\omega^2}{c^2} P \end{aligned}$$

- Граничные условия на поле: $E_A|_{z_0} = E_B|_{z_0}$, $\frac{\partial E_A}{\partial z}|_{z_0} = \frac{\partial E_B}{\partial z}|_{z_0}$
- Дополнительные граничные условия на поляризацию (ДГУ Пекара): $\left(P \pm \gamma \frac{\partial P}{\partial z} \right) |_{z=\pm d/2} = 0$

1 Интерференция поляритонных волн

$$E, P \propto e^{ikz} \implies k = \pm k_1(\omega), \pm k_2(\omega)$$

$$E(z) = E_1^+ e^{ik_1 z} + E_1^- e^{-ik_1 z} + E_2^+ e^{ik_2 z} + E_2^- e^{-ik_2 z}$$



2 Взаимодействие света с размерно-квантованными состояниями экситона

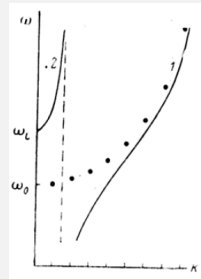
В.А. Киселев, И.В. Макаренко, Б.С. Разбирин, И.Н. Уральцев, Физика твердого тела 19, 8 (1977)

М.М. Воронов, Е.Л. Ивченко, В.А. Кособукин, А.Н. Поддубный, Физика твердого тела 49, 9 (2007)

1 Интерференция поляритонных волн

$$E, P \propto e^{ikz} \implies k = \pm k_1(\omega), \pm k_2(\omega)$$

$$E(z) = E_1^+ e^{ik_1 z} + E_1^- e^{-ik_1 z} + E_2^+ e^{ik_2 z} + E_2^- e^{-ik_2 z}$$



2 Взаимодействие света с размерно-квантованными состояниями экситона

В.А. Киселев, И.В. Макаренко, Б.С. Разбирин, И.Н. Уральцев, *Физика твердого тела* 19, 8 (1977)

М.М. Воронов, Е.Л. Ивченко, В.А. Кособукин, А.Н. Поддубный, *Физика твердого тела* 49, 9 (2007)

$$\left[\omega_0(z) - \omega_n - i\frac{\Gamma}{2} - \frac{\hbar}{2M} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] P_n = 0$$

$$P_n(\pm d/2) = 0$$

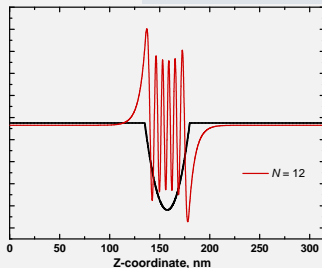
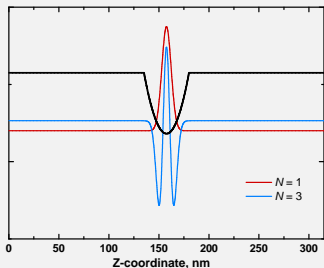
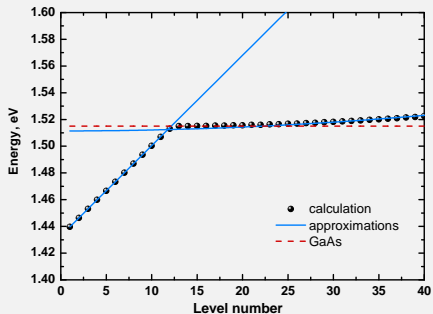
$$\omega_0(z) = \omega_0 + \Delta\omega(2z/d)^2$$

$$P_n'' + \frac{2M}{\hbar} \left(\tilde{\omega}_n - \Omega \frac{z^2}{l_\Omega^2} \right) P_n = 0$$

$$\tilde{\omega}_n = \omega_n - \omega_0 + i\Gamma/2$$

$$\Omega = 4\sqrt{\Delta\omega \frac{\hbar^2}{2Md^2}} \quad l_\Omega = \sqrt{\frac{2\hbar}{M\Omega}}$$

Уровни размерного квантования экситона

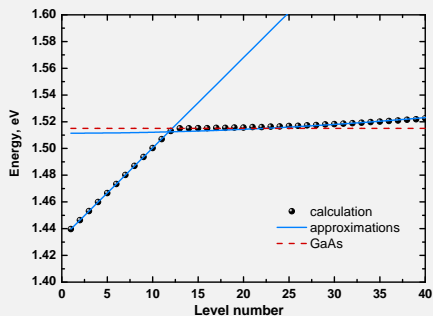


$$\begin{aligned}\delta\omega &= 79 \text{ meV} \\ d &= 45 \text{ nm} \\ \Omega &= 6.8 \text{ meV} \\ \delta\omega/\Omega &\approx 12 \gg 1\end{aligned}$$

Уровни одномерного осциллятора

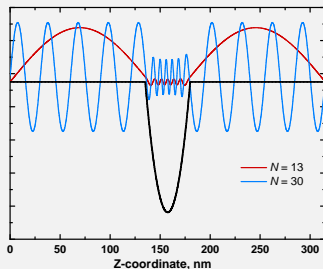
$$\tilde{\omega}_n = \Omega(n + 1/2)$$

Уровни размерного квантования экситона



Уровни в однородной яме

$$\tilde{\omega}_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2M d^2}$$



Экситонный вклад в поляризацию

Волновые функции нижних уровней

$$P_n(x) = \left(\frac{2}{l_\Omega^2 \pi} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \exp\left(-\frac{z^2}{l_\Omega^2}\right) H_n\left(\sqrt{2} \frac{z}{l_\Omega}\right)$$

Функция Грина

$$G(z, z', \omega) = \sum_n \frac{P_n(z) P_n^*(z')}{\omega_n - \omega}$$

Экситонный вклад в поляризацию

$$\left[\omega_0(z) - \omega - i\frac{\Gamma}{2} - \frac{\hbar}{2M} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] P = \frac{\varepsilon_0 \omega_{LT}}{4\pi} E$$
$$P(z) = \frac{\varepsilon_0 \omega_{LT}}{4\pi} \int_{-d/2}^{d/2} G(z, z', \omega) E(z') dz' = \frac{\varepsilon_0 \omega_{LT}}{4\pi} \sum_n \frac{P_n(z)}{\omega_n - \omega} \Lambda_n$$
$$\Lambda_n = \int P_n^*(z') E(z') dz'$$

Суммарное электрическое поле в слое

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \right] E = -4\pi \frac{\omega^2}{c^2} P$$

$$\tilde{G}(z, z', \omega) = -\frac{i}{2k_0} \exp(ik_0|z - z'|), \quad k_0 = \sqrt{\varepsilon} \frac{\omega}{c}$$

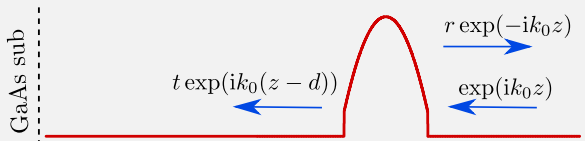
$$E(z) = E_0(z) + \varkappa \sum_n \sum_m M_{nm}^{-1} \Lambda_m^{(0)} \int P_n(z') \exp(ik_0|z - z'|) dz'$$

$$\Lambda_m^{(0)} = \int P_m^*(z) E_0(z) dz$$

$$\Omega_{nm} = \int \int dz dz' P_m^*(z) P_n(z') \exp(ik_0|z - z'|), \quad \varkappa = i \frac{\omega_{LT} k_0}{2}$$

$$M_{mn} = (\omega_n - \omega) \delta_{mn} - \varkappa \Omega_{mn}$$

Коэффициент отражения в отсутствие контраста



Пренебрегая смешиванием уровней:

$$M_{mn} = \{(\omega_n + \delta\omega_n) - \omega + i(\Gamma_{0,n} + \Gamma/2)\} \delta_{mn}$$

Радиационный сдвиг и уширение уровня

$$\delta\omega_n = -|\varkappa| \Im \Omega_{nn}, \quad \Gamma_{0,n} = |\varkappa| \Re \Omega_{nn}$$

Коэффициенты отражения и пропускания:

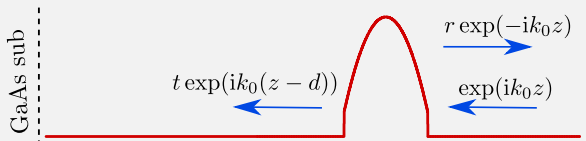
$$r = \sum_n \frac{i\Gamma_{0,n}}{\omega_n - \omega - i(\Gamma_{0,n} + \Gamma/2)}$$
$$t = 1 + \sum_n \frac{i(-1)^n \Gamma_{0,n}}{\omega_n - \omega - i(\Gamma_{0,n} + \Gamma/2)}$$

При наличии контраста в симметричном случае:

$$r_+ = \frac{1 + in_0 \tan \phi + \varkappa \vec{\Lambda} \hat{M}^{-1} \Lambda_c (1 + n_0)(1 + i \tan \phi)}{1 - in_0 \tan \phi + \varkappa \vec{\Lambda} \hat{M}^{-1} \Lambda_c (1 - n_0)(1 + i \tan \phi)}$$
$$r_- = \frac{1 - in_0 \cot \phi - \varkappa \vec{\Lambda} \hat{M}^{-1} \Lambda_s (1 + n_0)(i + \cot \phi)}{1 + in_0 \cot \phi - \varkappa \vec{\Lambda} \hat{M}^{-1} \Lambda_s (1 - n_0)(i + \cot \phi)}$$

$$r = \frac{1}{2}(r_+ + r_-)$$
$$t = \frac{1}{2}(r_+ - r_-)$$

Моделирование эксперимента

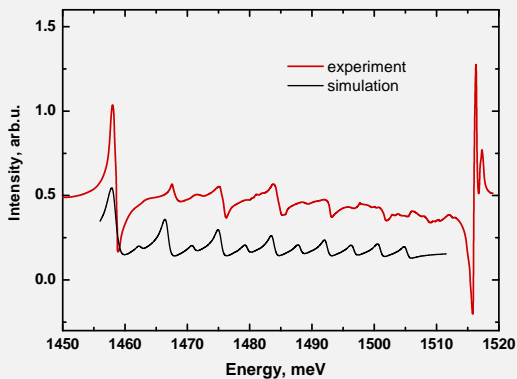


$$r_{\text{tot}} = r_1 + \frac{r e^{2ik_0 d_1} t_1^2 n_0}{1 + e^{2ik_0 d_1} r r_1}$$

$$t_{\text{tot}} = \frac{t_1 t e^{ik_0 d_1} t_1^2 n_0}{1 + e^{2ik_0 d_1} r r_1}$$

$$r_1 = \frac{1 - n}{1 + n}; \quad t_1 = \frac{2}{n + 1}$$

В более сложных структурах можно использовать технику матриц рассеяния



$$\begin{aligned} \Omega &= 4.3 \text{ meV} \\ \omega_0 &= 1.46 \text{ eV} \\ \omega_{LT} &= 1 \text{ meV} \\ \Gamma &= 1 \text{ meV} \\ l_\Omega &= 8.3 \text{ nm} \end{aligned}$$

$k_0 l_\Omega \ll 1$, поэтому нечетные пики пропадают
 $\Omega \approx E_B$, электрон и дырка квантуются независимо

